

## LE RÔLE DE LA STATISTIQUE DANS UN PROCESSUS DE PRISE DE DÉCISION

Sylvie Gervais

Service des enseignements généraux

École de technologie supérieure

([sylvie.gervais@etsmtl.ca](mailto:sylvie.gervais@etsmtl.ca))

### Le laboratoire des condensateurs

Dans le but de montrer aux étudiants la richesse qui se cache derrière la statistique et de rendre la matière plus concrète, je développe régulièrement des activités à faire en classe où le simple fait de donner un rôle actif aux étudiants et de les plonger dans un problème réel, contribue à augmenter leur intérêt d'une part, mais aussi à une intégration beaucoup plus efficace des différents concepts statistiques.

C'est dans cette optique que j'ai mis en place cette activité pour illustrer le rôle de la statistique dans un processus de prise de décision. Je réalise cette expérience avec mes étudiants à l'ÉTS depuis 2 ans, en début de session, et on l'utilise ensuite pour tous les sujets abordés au cours. Ils peuvent ensuite s'y référer afin de visualiser et de mieux intégrer certains concepts parfois plus abstraits à partir de cette simple expérience très concrète, qu'ils ont eux-mêmes menée.

L'intérêt particulier de cette activité est qu'elle peut être utilisée pour favoriser la compréhension de plusieurs sujets en statistiques. Dépendamment du niveau scolaire des étudiants (secondaire, collégial, universitaire) et de leur connaissances de base en statistique, un ou plusieurs des aspects suivants peuvent être abordés :

- Population versus échantillon
- Processus de collecte de l'information (construction d'une base de données, prendre conscience des risques d'erreurs possibles, des impacts potentiels de ces erreurs dans les décisions à venir, etc.)
- Statistiques descriptives (mesures échantillonnales, tableaux de fréquences et graphiques, boîtes à moustaches, six sigma)
- Aborder les concepts de la théorie de la décision en identifiant concrètement les deux types d'erreurs possibles suite à une décision de ce type
- Loi hypergéométrique
- Intervalles de confiance
- Tests d'hypothèses
- Calculs de la taille d'échantillon nécessaire pour contrôler les probabilités d'erreur de première espèce et de deuxième espèce

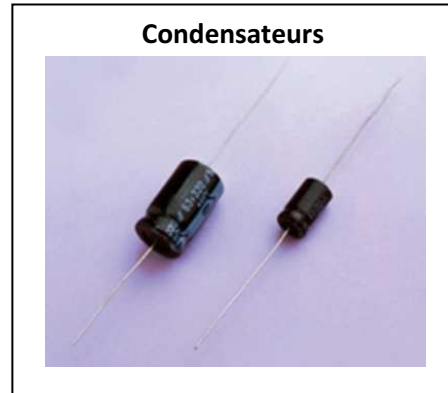
## LE CONTEXTE PRÉSENTÉ AUX ÉTUDIANTS

Vous travaillez pour une grande entreprise de fabrication d'équipements de pointe en médecine qui se trouve actuellement dans le processus d'entente avec un fournisseur de condensateurs qui sont utilisés dans la majorité des appareils que la compagnie produit.

La compagnie a besoin de condensateurs d'une capacité de  $104 \mu\text{F}$  (micro-Farad) et ne peut accepter une variabilité de plus de  $2.5 \mu\text{F}$ .

L'entente prévoit qu'à chaque mois, un lot de **5000** condensateurs sera livré à l'entreprise et il reste à s'entendre sur une procédure de contrôle de qualité afin de déterminer si un lot est conforme ou non aux normes de la compagnie.

Il a de plus été convenu avec le fournisseur que si un lot contenait **plus de 10%** de condensateurs hors normes, le lot était retourné au fournisseur et qu'une compensation monétaire serait alors remise à l'entreprise pour les inconvénients encourus.



Les deux parties se sont entendues à l'effet que l'inspection se fera initialement à partir d'un échantillon de **50** condensateurs issus du lot complet.

Les dirigeants de l'entreprise débarquent dans votre bureau et vous annoncent que votre équipe a été sélectionnée pour assister le responsable des acquisitions, Monsieur Guy Nachette dans cette tâche délicate. Votre équipe sera donc dorénavant responsable de mettre en place la procédure, de procéder à l'inspection et de prendre les décisions qui en découleront.

## ÉTAPES POUR LA RÉALISATION DE L'ACTIVITÉ

### 1) Acquisition du matériel et validation de la variabilité des mesures de capacités

- Un lot de 5000 condensateurs
- Des instruments pour mesurer la capacité des condensateurs en  $\mu\text{F}$  (capacimètres ou multimètres)
- Je vous suggère d'analyser vous-mêmes un échantillon de 50 condensateurs pour en valider la variabilité.



## 2) Mise en contexte et préparation au laboratoire

- Expliquer le contexte du problème aux étudiants.
- Les inviter à former des équipes (2 à 4 personnes idéalement)
- J'ai un collègue de l'ÉTS (M. Hugues Langlois), qui se fait toujours un plaisir de venir faire une petite présentation d'une quinzaine de minutes à mes étudiants sur ce qu'est un condensateur et de la façon de mesurer sa capacité avec un multimètre. Nous avons filmé cette présentation et je peux vous faire parvenir la vidéo au besoin.

## 3) Déroulement du laboratoire

Le laboratoire se déroule habituellement pendant environ une heure.

- Remise de la fiche de laboratoire à chaque équipe qui contient toutes les étapes à suivre
- Les étudiants sont invités à organiser le travail en équipe en s'attribuant chacun des tâches précises (par exemple la lecture des mesures, inscrire les résultats dans le fichier excel, échantillonnage des condensateurs, etc.)
- Sensibilisation à un processus d'acquisition de données. Identifier les sources d'erreurs possibles, comment construire la base de données, éviter les erreurs de saisie, de lecture, etc.
- Ébauche d'une clause pour la prise de décision à savoir si on rejettera le lot complet ou non. Discussion en équipe avec des pistes de réflexion que je souligne pendant le processus. Par exemple,
  - Réflexion sur le fait qu'on travaille avec un échantillon et que la décision à prendre concerne le lot complet (échantillon vs population).
  - Quels sont les risques d'erreurs possibles associés à notre clause? Quelles en sont les conséquences?

Une fois le laboratoire complété, je demande à chaque équipe de me remettre un fichier Excel contenant 2 pages :

- La première page contenant le nom des membres de l'équipe ainsi que la clause préliminaire qu'ils ont adoptée sous la forme suivante :  
**« Suite à l'inspection des 50 condensateurs de l'échantillon, s'il y a plus de X condensateurs hors normes, le lot complet de 5000 condensateurs est rejeté ».**
- La deuxième page doit comprendre les 2 colonnes suivantes :

Capacités	conforme
...	oui
...	non

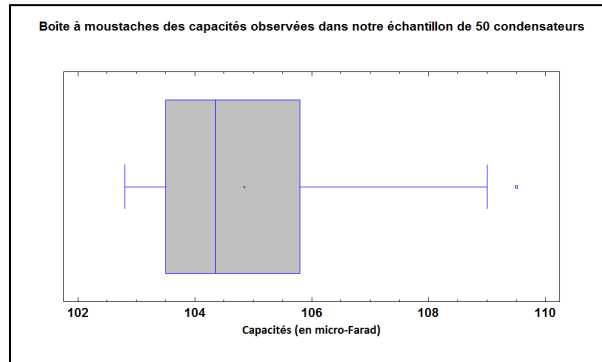
(Une variable quantitative et une variable qualitative)

#### 4) Portrait de notre échantillon : la statistique descriptive

La prochaine étape consiste à décrire l'échantillon que nous avons observé.

Tous les sujets de la statistique descriptive peuvent être abordés à cette étape, dépendamment du contenu du cours et des outils à votre disposition. Par exemple :

- Comment traiter une variable qualitative versus une variable quantitative;
- Obtenir des tableaux de fréquences.
- Comment procéder au regroupement en classes.
- Obtenir différents graphiques et les interpréter : le diagramme circulaire, l'histogramme, le polygone de fréquences, la boîte à moustaches, etc.
- Obtenir et interpréter différentes mesures échantillonnales. Par exemple, la moyenne, l'écart-type, la variance, Q1, Q3, le coefficient d'asymétrie, etc. Faire le lien entre ces mesures et les graphiques obtenus.
- Comprendre l'idée derrière le six sigma, etc.



On peut bien entendu compléter cette partie en utilisant exclusivement *Excel*. Il est cependant intéressant à cette étape d'introduire l'utilisation d'un logiciel statistique aux étudiants. Personnellement, je combine l'utilisation d'*Excel* (en particulier les tableaux croisés dynamiques et l'utilitaire d'analyse) et du logiciel *Statgraphics* avec mes groupes.

#### 5) Évaluation de la clause préliminaire adoptée lors du laboratoire, des risques d'erreurs qui y sont associés ainsi que de leurs implications concrètes.

La très grande majorité des étudiants aura opté pour la clause :

« Suite à l'inspection des 50 condensateurs de l'échantillon, s'il y a plus de 5 condensateurs hors normes, le lot complet de 5000 condensateurs est rejeté ».

À cette étape, on met de l'avant les intérêts diamétralement opposés du fournisseur de condensateurs (M. Yvan Dustoque) et de l'acheteur (M. Jean Nachette).

M. Dustoque tient à minimiser les risques **de rejeter un bon lot** alors qu'il est primordial pour M. Nachette de réduire les risques **d'accepter un mauvais lot** au minimum.

En utilisant la loi hypergéométrique, on est en mesure de calculer la probabilité de rejeter un bon lot ou d'accepter un mauvais lot sous différentes hypothèses. Voici quelques exemples de questions que je pose à mes étudiants à cette étape :

- M. Dustoque tente d'expliquer à M. Nachette que même si le lot des 5000 condensateurs ne contient seulement que 10% de condensateurs défectueux, il se peut fort bien que l'échantillon, lui, contienne plus de 5 condensateurs défectueux. Quelle est cette probabilité?
- Quelle est la probabilité d'accepter un mauvais lot avec la clause actuelle en supposant qu'on qualifie de «mauvais lot» un lot contenant 15% de condensateurs défectueux?
- Calculer quelle devrait être la taille de l'échantillon et la clause à adopter pour que les 2 risques d'erreurs présents dans cette situation soient de 5% ou moins.
- Etc.

Notons enfin que cette étape facilite la compréhension des risques d'erreurs de première et deuxième espèces lorsqu'on aborde les tests d'hypothèses par la suite.

## 6) Exemples d'autres sujets pouvant être illustrés à partir des données du laboratoire

- a) Les intervalles de confiance sur une moyenne ou une proportion  
Par exemple, à partir de l'échantillon de 50 condensateurs :
  - Obtenir un intervalle de confiance de niveau de confiance 95% pour estimer la proportion de condensateurs défectueux dans le lot de 5000.
  - Quelle devrait être la taille de l'échantillon pour que la marge d'erreur pour estimer la capacité moyenne des condensateurs n'excède pas 2.5  $\mu\text{F}$ ?
  - Etc.
- b) Les tests d'hypothèses sur une moyenne ou sur une proportion  
Par exemple :
  - En utilisant votre propre échantillon, vérifier l'hypothèse que la capacité moyenne des 5000 condensateurs est bien de 104  $\mu\text{F}$  avec un risque d'erreur  $\alpha$  de 5%.
  - Calculer la probabilité que le test détecte une capacité moyenne réelle de 104.5  $\mu\text{F}$ . (calcul de puissance)
  - Quelle devrait être la taille minimale de l'échantillon pour être en mesure de détecter un pourcentage de condensateurs non conformes réel de 15% avec une probabilité de 95% tout en considérant un risque d'erreur  $\alpha$  de 2% ?
  - Etc.

Contactez-moi par courriel ([sylvie.gervais@etsmtl.ca](mailto:sylvie.gervais@etsmtl.ca)) pour toutes questions, suggestions ou commentaires.